

# 贝叶斯统计

---

陈垚翰

安徽大学 大数据与统计学院



安徽大學  
Anhui University

# 课程内容

---

- 贝叶斯统计概论
- 先验分布与后验分布(第一章)
- 贝叶斯推断(第二章)
- 先验分布的确定(第三章)
- 决策理论(第四、五、六章)
- 贝叶斯计算初步(第七章)

# 先行课程

---

- 高等数学, 线性代数
- 概率论与数理统计、计量经济学

# 课程信息

---

- 授课人: 陈垚翰
- E-mail: [yaohan.chen@ahu.edu.cn](mailto:yaohan.chen@ahu.edu.cn)
- Website: <https://yaohanchen.com/miscellaneous/courses/bayesian/>
- Office Hour: TBA
- 考核形式: 平时成绩(40%, 课后作业和大作业)+期末成绩(60%)

## 参考书目

---

- Berger, J.O., Statistical decision theory and Bayesian analysis, Second edition, Springer-Verlag, New York, 1985, 中译本: 统计决策理论及贝叶斯分析, 贾乃光译, 中国统计出版社, 1998
- William M. Bolstad. Understanding Computational Bayesian Statistics, John Wiley & Sons, New Jersey, 2010.
- 吴喜之, 现代贝叶斯统计学, 中国统计出版社, 2000 年 10 月第一版
- 茆诗松, 汤银才, 贝叶斯统计, 中国统计出版社, 第二版

# 贝叶斯统计概论

---

- 贝叶斯统计理论的基本观点
- 贝叶斯统计学派与频率统计学派之间的批评
- 贝叶斯统计理论的应用
- 现代贝叶斯统计学与计量经济学

# 频率学派和贝叶斯学派

---

- 统计学中有二个主要学派：频率学派和贝叶斯学派。
- 贝叶斯公式和贝叶斯假设。
- 频率统计学派与贝叶斯学派在进行统计推断时的依据不同。
- 对概率的概念的理解有差别：频率学派坚持概率的频率解释，并在这个基础上去理解一切统计推断的结论；与此相反，贝叶斯学派赞成主观概率，概率是认识主体对事件出现可能性大小的相信程度，它不依赖事件能否重复。

# 频率学派和贝叶斯学派

- 频率统计学派在进行统计推断时,依据两类信息:**总体信息**(或模型信息)和**样本信息**(数据信息),而贝叶斯学派则除了以上两种信息外,还利用另外一种信息即**先验信息**。
- **总体信息**:即总体分布或所属分布族给我们的信息。譬如“总体是指数分布”或“总体是正态分布”在统计推断中都发挥重要作用。
- **样本信息**:即从总体抽取的样本提供给我们的信息,这是最“新鲜”的信息,且越多越好,这是任一种统计推断中都必不可少的。



# 频率学派和贝叶斯学派

- **先验信息**: 即在抽样之前有关统计推断的一些信息。譬如, 在估计某产品的不合格率时, 假如工厂保存了过去抽检这种产品质量的资料, 这些资料(包括历史数据)有时估计该产品的不合格率是有好处的。这些资料所提供的信息就是一种先验信息。由于这种信息是在“试验之前”就已有的, 故称为先验信息。
- 在概率论与数理统计中讨论的点估计只使用前两种信息, 没有使用先验信息。假如能把收集到的先验信息也利用起来, 那对我们进行统计推断是有好处的。只用前两种信息的统计学称为**经典统计学**, 三种信息都用的统计学称为**贝叶斯统计学**。

# 频率学派和贝叶斯学派

---

- **频率学派的基本观点：**把数据(样本)看成是来自具有一定概率分布的总体,所研究的对象是这个总体而不局限于数据本身。
- **贝叶斯学派的基本观点：**任一个未知量  $\theta$  都可看作一个随机变量,应用一个概率分布去描述对  $\theta$  的未知状况。这个概率分布是在抽样前就有的关于  $\theta$  的先验信息的概率陈述。这个概率分布被称为先验分布。

# 频率学派和贝叶斯学派

- 在经典统计学框架内, 选定模型、确定统计量和决定统计量的分布是三个主要问题。
- 频率学派的经典观点认为, 信息量包含在样本中, 但样本为数众多, 因此须用少数几个统计量把信息集中起来, 而抽样分布则决定了统计量的全部性质。
- 贝叶斯统计学: 先验信息+样本信息  $\Rightarrow$  后验信息。
- 贝叶斯学派认为: 先验分布反映了试验前对总体参数分布的认识, 在获得样本信息后, 对这个认识有了改变, 其结果就反映在后验分布中, 即后验分布综合了先验分布和样本的信息。

# 贝叶斯统计学派与频率统计学派之间的批评

- 对贝叶斯统计学派的批评
  - 主观概率或者先验分布是否存在？
  - 参数看成随机变量是否妥当？
  - 后验分析的可操作性和计算成本。
- 对频率统计学派的批评
  - 统计显著性检验和置信区间的方法论逻辑 (*p*-hacking issue)。
  - 问题的提法不妥。(All models are wrong, but some are useful)

# 贝叶斯统计学派与频率统计学派之间的批评

- 例如,打靶问题。将打靶的命中率记作  $\theta$ , 频率学派通常认为  $\theta$  作为一个确定的数可以通过样本习得。
- 贝叶斯学派将  $\theta$  看成随机变量, 对于打靶问题, 这似乎有些勉强。但是, 正因为对每次的命中的概率没有任何知识, 对于研究者而言, 它在 0 和 1 之间取值的可能性是完全相同的。换言之, 对研究者而言,  $\theta$  这个参数是不确定的, 它取各个不同的值机会相等, 也就是从这个角度  $\theta$  可以看成是随机变量。
- 先验分布的选取对后验分析有影响。

# 贝叶斯统计学派与频率统计学派之间的批评

- 频率学派通常采用显著性统计检验方法,本质上是在原假设的条件下控制犯第一类错误的概率(即错误拒绝原假设的概率), $\alpha$ ,通常也称之为置信水平。
- 在概率意义下,我们总会犯错:  $1 - (1 - \alpha)^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$ 。
- 在概率意义下,显著性统计检验方法(假设检验方法)回答的是“可能不是什么”的问题,而非回答“可能是什么”的问题。而贝叶斯学派所依赖的后验分析方法则以后验分布的形式描述“可能是什么”。

# 贝叶斯统计学的发展

---

- Bayes, T.R. 提出贝叶斯公式。
- Laplace, P.C. 在Bayes, T.R. 的工作基础上完善了贝叶斯理论(Laplace approximation)。
- Wald. A., Savage, L.J., Jeffreys H., Lindley D.V. 和 Berger, J.O. 以贝叶斯统计理论为基础发展的统计决策理论。
- 以 Metropolis 等(1953)和 Hastings(1970) 算法理论为基础,在现代算力的加持下发展和完善的贝叶斯计算理论。以马氏链蒙特卡罗方法(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)为代表。

# 贝叶斯统计理论的应用

- 贝叶斯统计分析在生物统计领域,尤其是贝叶斯统计决策理论的应用,得到了广泛的应用。
- MCMC 算法与状态空间模型结合,在金融计量和宏观计量经济学,尤其是对动态随机一般均衡模型(DSGE)和大型的宏观经济学模型的求解和估计中的到了广泛的应用。
- Professor Thomas J. Sargent with his Quantitative Economics Teams: <https://quantecon.org/>.
- Professor Christopher A. Sims: <https://www.princeton.edu/~sims/>.  
“Bayesian Methods in Applied Econometrics, or, Why Econometrics Should Always and Everywhere Be Bayesian”.